

CORRECTION DU Problème 1
Suspension hydractive à contrôle actif de roulis
de la Citroën Xantia Activa V6

Question 1: Quelle accélération verticale maximale peut supporter le corps humain, sollicité avec une fréquence comprise entre 4 Hz et 8 Hz pendant 30 minutes, sans être incommodé?

La figure 2 montre que l'accélération verticale maximale est de 0,4 m/s².

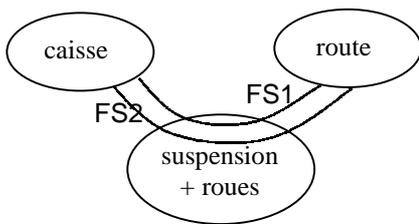
Comment se comporte le corps humain sollicité par une vibration verticale de fréquence voisine de 1 Hz?

C'est à une fréquence de 1 Hz (correspondant à une marche normale, soit un pas à la seconde) que le corps humain est le moins indisposé.

Question 2: Donner les principales caractéristiques fonctionnelles de la suspension Activa.

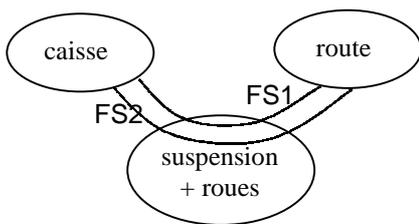
Le diagramme pieuvre est bien adapté pour répondre à cette question (faire un diagramme par phase du cycle de vie) sans oublier d'expliciter et de caractériser (critères + valeurs) les fonctions de service.

Phase du cycle de vie: en ligne droite



	Fonctions de service	critères	valeurs
FS1	assurer le confort des passagers	accélération verticale	maxi
		garde au sol	constante
FS2	assurer la tenue de route	actions mécaniques	constantes et mini

Phase du cycle de vie: en virage



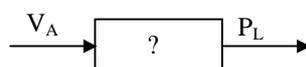
	Fonctions de service	critères	valeurs
FS1	assurer le confort des passagers	accélération verticale	maxi
		garde au sol	constante
		angle de roulis	<?
FS2	assurer la tenue de route	actions mécaniques	constantes et mini

Il faut gérer des compromis car une même fonction de service peut avoir des critères et des valeurs différents suivant les phases du cycle de vie (mode souple ou ferme pour la fonction FS1 par exemple).

Question 3: Calculer le volume d'azote V_S dans la sphère lorsque la caisse est à l'équilibre.

$$P_S V_S = P_0 V_0 \Rightarrow V_S = \frac{P_0 \cdot V_0}{(M_r \cdot g) / K_L \cdot S_P} = \frac{4.10^6 \cdot 4,5 \cdot 10^{-4}}{1,043 \cdot 10^7} = 1,725 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3$$

Question 4: Etablir la fonction de transfert du bloc b3 traduisant le comportement de l'azote dans la sphère.



$$P_A(t) \cdot V_A(t)^\gamma = P_S \cdot V_S^\gamma \Rightarrow (P_S + p(t)) \cdot (V_S + v(t))^\gamma = P_S \cdot V_S^\gamma$$

$$P_S \cdot \left(1 + \frac{p(t)}{P_S}\right) \cdot V_S^\gamma \cdot \left(1 + \frac{v(t)}{V_S}\right)^\gamma = P_S \cdot V_S^\gamma \Rightarrow \left(\frac{p(t)}{P_S} + 1\right) \cdot \left(\frac{v(t)}{V_S} + 1\right)^\gamma = 1$$

En linéarisant au 1^{er} ordre: $\frac{p(t)}{P_S} + \gamma \frac{v(t)}{V_S} + 1 = 1$ d'où $\frac{p(t)}{P_S} + \gamma \frac{v(t)}{V_S} = 0$ soit $p(t) = -\gamma \cdot P_S \cdot \frac{v(t)}{V_S}$

La transformée de Laplace de cette expression avec les conditions initiales fournies donne:

$$P_L(s) = -\gamma \cdot \frac{P_S}{V_S} V_A(s) = -K_S V_A(s) \quad \xrightarrow{V_A} \boxed{-K_S} \xrightarrow{P_L}$$

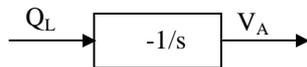
A.N. : $K_S = + 8,34 \cdot 10^{10} \text{ N.m}^5$

Question 5: Justifier que la variation de volume du liquide dans la sphère s'écrit $v(t) = -\int Q_L(t) dt$.

Le volume de liquide qui entre dans la sphère diminue le volume d'azote d'autant (d'où le signe moins) et

le débit de liquide entrant dans la sphère est $Q_L = \frac{dv}{dt}$

Etablir la fonction de transfert du bloc b2 traduisant le comportement du liquide dans la sphère.



Question 6: Etablir la relation entre $Q_D(s)$, $X_C(s)$ et $P_L(s)$ et représenter ce modèle (bloc b1) sous forme de schéma-bloc.

$$Q_D(t) = K X_C(t) \cdot \sqrt{P_{al} - P_C(t)} = K (x_0 + x(t)) (P_{al} - p(t) - P_S)^{1/2}$$

soit $q_0 + q(t) = K x_0 (P_{al} - P_S)^{1/2} \left(1 + \frac{x(t)}{x_0}\right) \left(1 - \frac{p(t)}{P_{al} - P_S}\right)^{1/2}$

en linéarisant au 1^{er} ordre, on obtient $q_0 + q(t) = K x_0 (P_{al} - P_S)^{1/2} \left(1 + \frac{x(t)}{x_0} - \frac{p(t)}{2(P_{al} - P_S)}\right)$

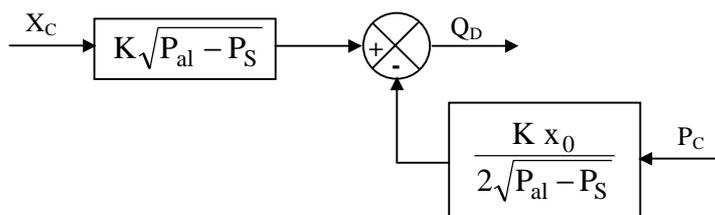
Grâce à la membrane interne de la sphère, les pressions de l'azote et du liquide sont identiques :

$$q_0 = K x_0 (P_{al} - P_S)^{1/2} \Rightarrow q(t) = K \cdot x(t) \cdot \sqrt{(P_{al} - P_S)} - \frac{x_0 \cdot K}{2 \cdot \sqrt{(P_{al} - P_S)}} p(t)$$

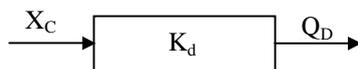
Les conditions initiales étant nulles:

$$Q_D(s) = K \cdot X_C(s) \cdot \sqrt{(P_{al} - P_S)} - \frac{x_0 \cdot K}{2 \cdot \sqrt{(P_{al} - P_S)}} P_C(s)$$

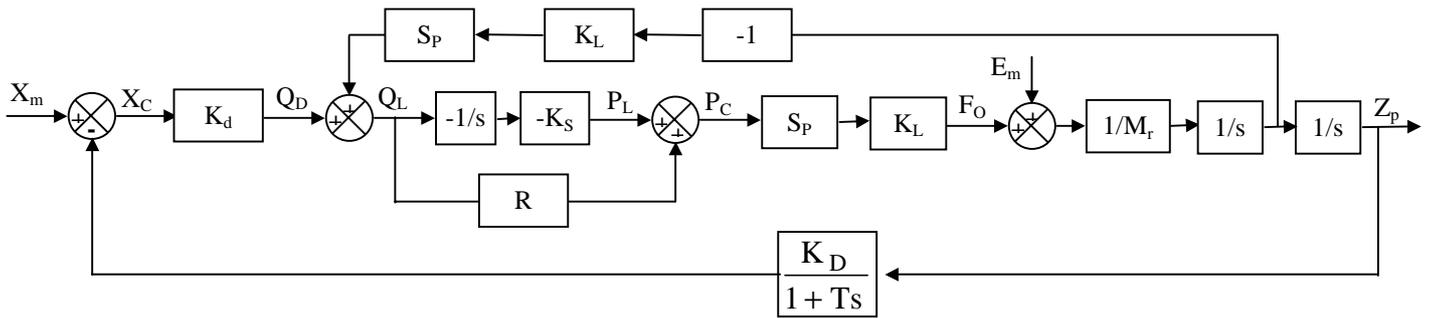
d'où le schéma-bloc b1:



avec $x_0 = 0$:



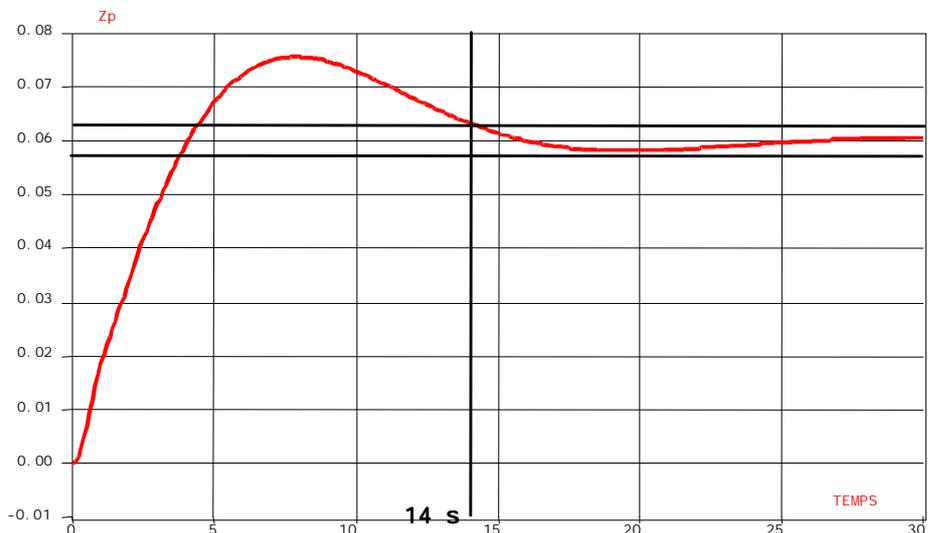
Question 7: A partir du schéma fonctionnel (figure 6), représenter le schéma bloc de la suspension hydropneumatique avec correction de hauteur de caisse.



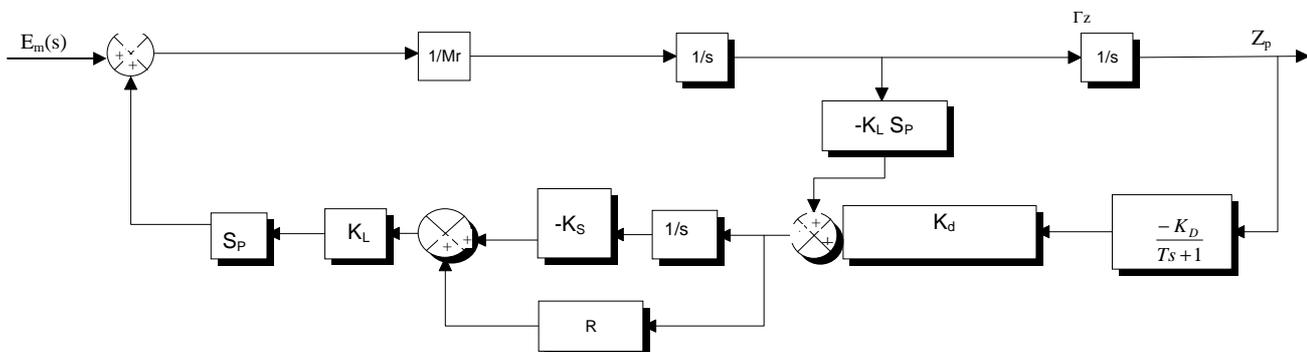
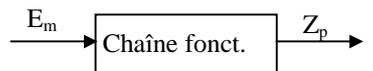
Question 8: En utilisant la courbe de la réponse indicielle de poursuite du document ressource DR2, donner le temps de réponse à 5% du système.

5% valeur finale = $0,05 \cdot 0,06$
 = $0,003 \text{ mm}$

Le temps de réponse à 5% est d'environ 14 s

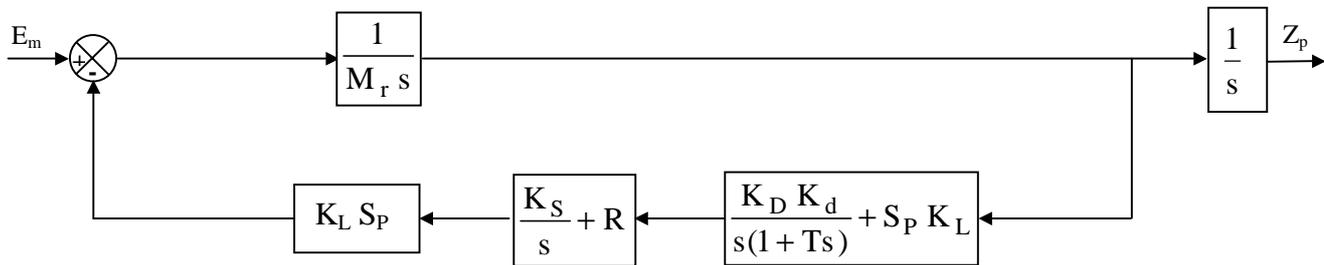


Question 9: Tracer le schéma bloc de la régulation sous la forme suivante:



Question 10: En régulation, la fonction de transfert de la suspension hydrodynamique en mode ferme s'écrit sous la forme $H_r(s) = \frac{s(Ts + 1)}{a_4s^4 + a_3s^3 + a_2s^2 + a_1s + a_0}$. Calculer a_4 , a_3 , a_2 , a_1 et a_0 .

Après regroupement, le schéma bloc de la suspension en régulation devient:



d'où les coefficients:

$a_4 = M_r T$
 $a_3 = M_r + K_L^2 S_P^2 R T$
 $a_2 = K_L^2 S_P^2 (R + K_S T)$
 $a_1 = K_L S_P (R K_d K_D + K_L S_P K_S)$
 $a_0 = K_L K_S K_d K_D S_P$

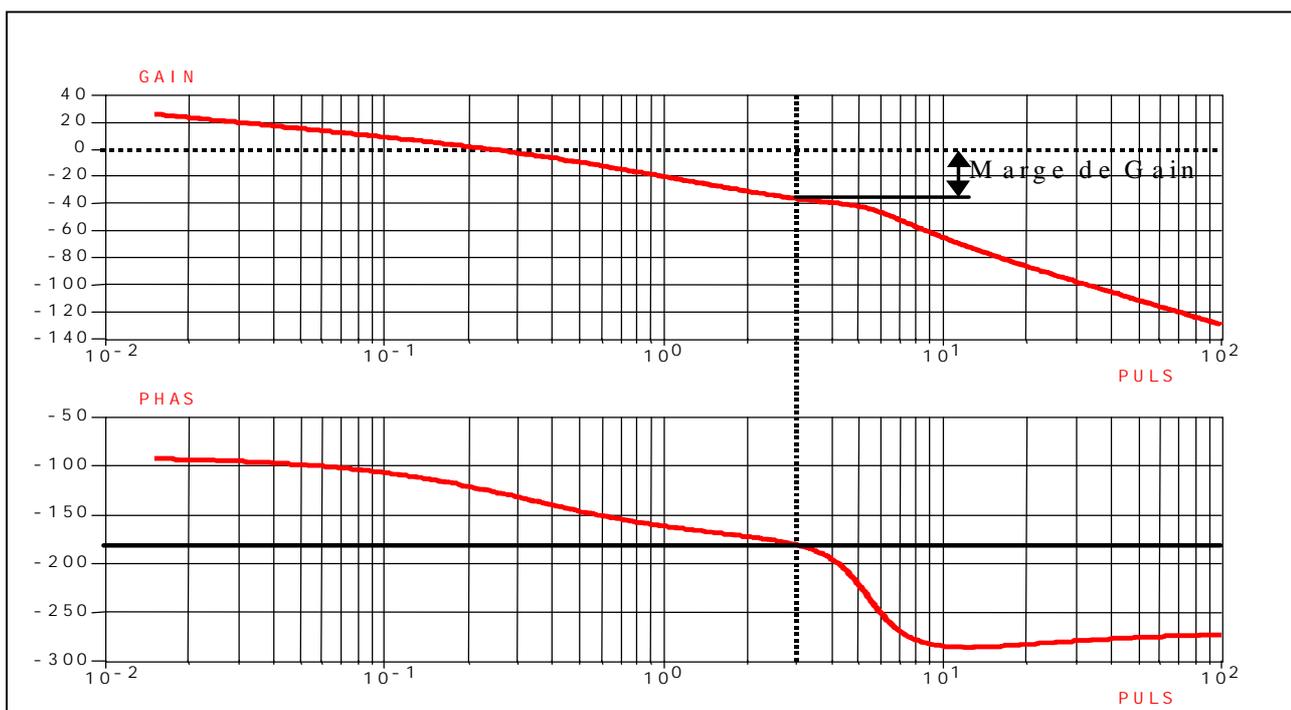
Montrer que le modèle proposé est stable.

Utilisons le critère de Routh:

s^4	1200	36700	3540
s^3	4380	12200	0
s^2	33357	3540	0
s^1	11735	0	
s^0	3540		

Les coefficients de la colonne des pivots sont tous positifs: le système est donc stable.

En utilisant le document Ressources DR2, déterminer la marge de gain du système.



Pour une phase de -180° , le gain est de -38 dB environ. La marge de gain vaut 38 dB (le système est donc stable).

Question 11: En utilisant le schéma bloc du modèle, justifier que la suspension corrige la hauteur quelle que soit la perturbation et conclure conformément au cahier des charges.

Il y a un intégrateur (bloc b2) en amont de la perturbation $E_m(s)$. Elle n'a pas d'effet sur Z_p donc "l'insensibilité aux perturbations" de la fonction FT12 du CdCF est respectée.

Question 12: Expliquer la raison d'être du robinet SC/MAC représenté sur la figure 5. La solution technique proposée répond-t-elle au cahier des charges fonctionnel quelles que soient les conditions atmosphériques? Justifier la réponse.

La fermeture du robinet se fera au moment de la coupure moteur thermique.
Le robinet fermé, la hauteur de la caisse restera constante uniquement si la température extérieure reste constante (les variations de température jouent sur le volume de l'azote: $PV=nRT$) donc il n'y pas insensibilité en cas de changement de température.

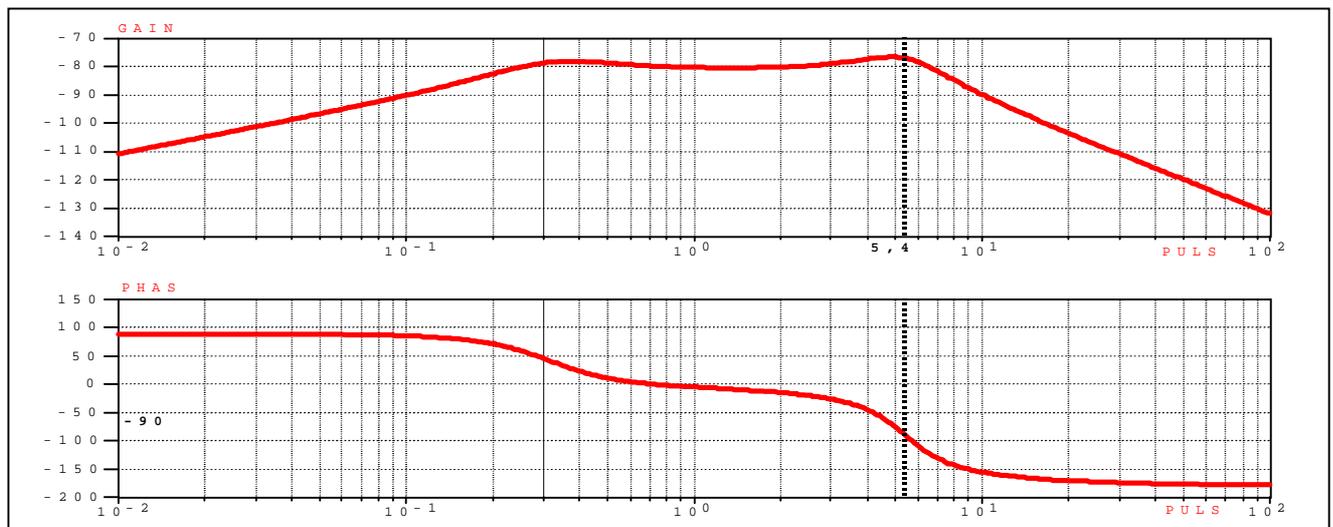
Question 13: Montrer que le modèle de la suspension en mode ferme présente une fréquence propre maxi inférieure à 1 Hz. Valider la réponse à l'aide du diagramme de Bode de la fonction de transfert $H_r(s)$ en mode ferme fourni dans le document ressource DR2.

Les pôles de la fonction de transfert $H_r(s)$ sont donnés. On calcule les fréquences propres:

$$\omega_1^2 = p_1 p_2 \Rightarrow \omega_1 = 5,42 \text{ rad/s soit } f_1 = 0,86 \text{ Hz}$$

$$\omega_2^2 = p_3 p_4 \Rightarrow \omega_2 = 0,32 \text{ rad/s soit } f_2 = 0,05 \text{ Hz}$$

La fréquence propre maxi (0,86 Hz) est inférieure à 1 Hz.



Sur le diagramme de Bode, les fréquences propres correspondent aux points d'inflexion de la courbe de phase. On vérifie que la fréquence propre maxi est inférieure à 1 Hz.

Question 14:

FT12: Assurer la garde au sol	FT11: Assurer le confort vibratoire des occupants	
	Mode ferme Valeur numérique et unité	Validité par rapport au cahier des charges fonctionnel
Marge de gain	38 dB	> 20 dB
Amplitude maxi pour un échelon $E_m = 500 \text{ N}$	57,3 mm	grandeur raisonnable
Fréquence propre maxi	0,86 Hz	< 1 Hz
Temps de réponse à 5%	14 s	< 18 s